

CIENCIA TECNOLOGÍA PRODUCCIÓN

Matemáticas 2

Operaciones con polinomios
e igualdades notables

SECUNDARIA

Organización del libro

El módulo **Operaciones con polinomios e igualdades notables** del libro **Matemáticas 2** está organizado en siete unidades: Los números reales (unidad 1), Operaciones con monomios (unidad 2), Adición y sustracción de polinomios (Unidad 3), Multiplicación y división de polinomios (unidad 4), Productos notables (unidad 5), Productos y cocientes notables (unidad 6) y Factorización (unidad 7).

Los números reales

1

- Los números racionales
- Los números irracionales
- Adición y sustracción con números reales
- Multiplicación y división con números reales
- Potenciación con números reales
- Radicación con números reales

Recuerda

El conjunto de los números naturales (N)
Los números naturales son aquellos con los que aprendimos a contar.
 $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$
El conjunto de los números naturales tiene un primer elemento el 1, su infinito y ordenado:
 $1 < 2 < 3 < 4 < \dots$

1. Escribe < (menor que) o > (mayor que) entre los siguientes pares de números.
 $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$
 a) $107 \square 96$ b) $-97 \square 199$
 c) $3068 \square 3140$ d) $0 \square 1245$
 e) $43068 \square 39978$ f) $11 \square -170$
 g) $-255 \square -345$ h) $0 \square -509$

El conjunto de los números enteros (Z)
El conjunto de los números enteros resulta de añadir al cero y los números negativos al conjunto de los números naturales.
 $Z = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$
El conjunto de los números enteros se tiene primer el último elemento, su infinito y ordenado:
 $\dots -3 < -2 < -1 < 0 < 1 < 2 < 3 < \dots$

2. Indica si el resultado de la operación pertenece o no al conjunto mencionado.
 a) $45 - 67 \in N$ b) $0,5 - (-8) \in Z$
 c) $45 \cdot 7 \in Z$ d) $81 \cdot (-9) \in Z$
 e) $100 \cdot 18 \in Z$ f) $(-20) \cdot (-5) \in N$
 g) $82 - 23 \in N$ h) $(-2) \cdot 3 \in N$

Adición y multiplicación con números enteros
Para sumar números enteros de signos iguales, se suman como si fueran naturales y se anota el mismo signo.
 $-3 - 7 = -10$ $+4 + 11 = +15$
Para sumar números de signos distintos, se restan como si fueran naturales y se anota el signo del número que tiene mayor valor absoluto.
 $-6 + 2 = -4$ $-9 - 12 = -21$
Para multiplicar números enteros, se multiplican como si fueran naturales y se anota el signo de los signos.
 $(+)(+) = (+)$ $(+)(-) = (-)$
 $(-)(+) = (-)$ $(-)(-) = (+)$
 $(-3) \cdot (+7) = -21$ $(-6) \cdot (-5) = +30$

Fracciones equivalentes
Dos fracciones son equivalentes si representan un mismo valor. Si das fracciones son equivalentes, sus productos cruzados son iguales.
 $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$
 $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$
 $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$

Páginas iniciales

La página de la izquierda contiene el índice de los temas desarrollados y muestra fotografías que ejemplifican las relaciones de esos temas con diversos aspectos de la sociedad, la cultura o la naturaleza.

La página de la derecha contiene la sección **Recuerda**; esta contiene información y actividades que te ayudarán a recordar conceptos y procedimientos matemáticos que ya has estudiado en años o momentos anteriores y que son un requisito para entender la unidad.

4. Adiciones y sustracciones combinadas

Se va a colocar el zócalo a una sala cuyos lados miden $2a + 1$ y $3b + 2$ y cuyo punto tiene un ancho de $3a + 5$, tal como muestra la figura. Encuentra una expresión algebraica para la cantidad de zócalo necesario.

El perímetro de la sala le restamos el ancho de la puerta:
 $2(2a + 1) + 2(3b + 2) - (3a + 5) = 4a + 2 + 6b + 4 - 3a - 5 = a + 6b + 1$

Desarrollamos los paréntesis y reducimos términos semejantes:
 $2a + 1 + 3b + 2 + 3a + 5 - 3a - 5 = a + 6b + 1$
La cantidad de zócalo que se necesita está dada por la expresión $a + 6b + 1$.

Para sumar y restar polinomios de manera combinada, simplemente se eliminan los signos de agrupación respetando las reglas de los signos; después, se reducen términos semejantes.

1. Realiza las operaciones combinadas con los polinomios dados.
 Con $P(x) = 6x^2 - x^2 + 3x + 8$, $Q(x) = 6x^2 - 12x - 5$ y $R(x) = x^2 + 7x - 12$ determina $P \cdot Q + R$.
 $P \cdot Q + R = (6x^2 - x^2 + 3x + 8) \cdot (6x^2 - 12x - 5) + (x^2 + 7x - 12) = 6x^4 + 33x^3 + 13x^2 + 12x + 40 + x^2 + 7x - 12 = 6x^4 + 33x^3 + 14x^2 + 19x + 28$

Los polinomios: $A(x) = 7x^2 + 5x + x^2 - 6$ $B(x) = 6x^2 + x + 10$
 $C(x) = 6x^2 + 3x^2 + x$ $D(x) = x^2 + 5x - 8$

Las operaciones:
 a) $A(x) + B(x) - C(x)$ b) $A(x) - C(x) + D(x)$ c) $A(x) + A(x) - B(x)$
 d) $B(x) + C(x) - D(x)$ e) $B(x) - C(x) - D(x)$ f) $[A(x) + B(x)] \cdot [C(x) + D(x)]$

2. Con los polinomios:
 $A(x) = x^2 + 2x^2 - 6x^2 + x^3$ $B(x, y) = 5x^2y + 3xy^2 + 2$ $C(x, y) = 2x^2y - 9xy^2 - 7x^2$
 realiza las siguientes operaciones:
 a) $A + (B - C)$ b) $B - (A + C)$ c) $A - (B - C)$

5. Operaciones combinadas

En las operaciones combinadas entre polinomios:

- Las operaciones entre polinomios se realizan respetando la jerarquía de las operaciones.
- Multiplicaciones y divisiones, en el orden en que aparecen de izquierda a derecha.
- Adiciones y sustracciones, en el orden en que aparecen de izquierda a derecha.
- Si es necesario, desarrollar primero las multiplicaciones es preferido como práctica.
- Hay que reducir términos semejantes siempre que sea posible.
- Cuando sea libre realizar dos o más operaciones se las puede efectuar en el orden que se juzgue conveniente.
- Dentro de los paréntesis se opera respetando los criterios anteriores.

1. Realiza la operación combinada con los polinomios dados.
 Con $P(x) = x^2 - 3x^2 + 5x + 4$ y $Q(x) = 5x^2 + 3x^2 - 3$ realiza $6P - 2Q$.
 $6P - 2Q = 6(x^2 - 3x^2 + 5x + 4) - 2(5x^2 + 3x^2 - 3) = 6x^2 - 18x^2 + 30x + 24 - 10x^2 - 6x^2 + 6 = -4x^2 - 24x + 30$

Los polinomios:
 $P = -7y^2 + 2y^2 - 8y + 8$; $Q = -1 + 3y - 4y^2 + 5y^2 - 2y + 3$.

Las operaciones:
 a) $2P - 3Q - R$ b) $4(P - Q) - 2R$ c) $-2(3R - P) + 3(Q + 2R)$

2. Simplifica.
 a) $x - 3 - 2[3x + 2(x + 2)]$
 b) $5[4 - 3(4x - 5)] - 4[2(x - 1) - 2(x - 2a)]$
 c) $2a - \{3x + 2[-a + 3x - 2] - a + b - (2 + a)\}$
 d) $-3(x + y) + [x + 2(x + y) - 3(x + y) - 2]$
 e) $-3(x - 2y) - 2[4(x - 2y + 3) + 5]$
 f) $-4[2x - 2a] - 3a + 2[2(x - a) + 5] - 3a(x - 1) + 5(x - a)$

3. Investiga. Escribe el polinomio con el cual la igualdad es verdadera.
 $(28a^3 - 35a^2 - 49a^3) - (-7a^3) = 0$

4. Calcula.
 a) $(x - 3)(2x - 1) - (4x^2 - 20x) - (-2x)$
 Multiplicando y dividiendo: $-(2x^2 - x - 6x + 3) - (-2x + 10) =$
 Reduciendo términos semejantes: $-(2x^2 - 7x + 3) - (-2x + 10) =$
 Resolviendo: $-2x^2 + 7x - 3 + 2x - 10 = -2x^2 + 9x - 13$
 Reduciendo términos semejantes: $-2x^2 + 9x - 13$

b) $(x - 4)(3x + 1) - (9x^2 - 12x^2) - (-3x)$
 Multiplicando y dividiendo: $-(9x^2 - 12x^2 - 12x + 4) - (-3x) =$
 Reduciendo términos semejantes: $-(9x^2 - 12x^2 - 12x + 4) - (-3x) =$
 Resolviendo: $-(9x^2 - 12x^2 - 12x + 4) - (-3x) = 3x^2 + 12x - 4 + 3x = 3x^2 + 15x - 4$

c) $(x + 3)(x^2 - 2x - 5) - (8x^2 - 16x^2 + 4x) + 4x$
 Multiplicando y dividiendo: $-(x^3 + 3x^2 - 2x^2 - 5x - 15x - 15) - (-8x^2 + 16x^2 + 4x) + 4x =$
 Reduciendo términos semejantes: $-(x^3 + 3x^2 - 2x^2 - 5x - 15x - 15) - (-8x^2 + 16x^2 + 4x) + 4x =$
 Resolviendo: $-(x^3 + 3x^2 - 2x^2 - 5x - 15x - 15) - (-8x^2 + 16x^2 + 4x) + 4x = -x^3 + x^2 - 20x - 15 + 8x^2 - 16x^2 - 4x + 4x = -x^3 - 7x^2 - 20x - 15$

d) $(9x^2 - 6x^2 - 26x^2) + 20x + (x^2 - 1)(x^2 + 1)$
 Resolviendo: $-(9x^2 - 6x^2 - 26x^2) + 20x + (x^2 - 1)(x^2 + 1) = -26x^2 + 20x + x^4 - 1 = x^4 - 26x^2 + 20x - 1$

5. Calcula.
 a) $(x - 3)^2 - (8x^2 - 6x^2) - (-3x)$
 Desarrollando la potencia: $-(x^2 - 6x + 9) - (8x^2 - 6x^2) - (-3x) =$
 Multiplicando y dividiendo: $-(x^2 - 6x + 9) - (2x^2 - 2x) =$
 Reduciendo términos semejantes: $-(x^2 - 6x + 9) - (2x^2 - 2x) =$
 Resolviendo: $-(x^2 - 6x + 9) - (2x^2 - 2x) = -x^2 - 6x + 9 - 2x^2 + 2x = -3x^2 - 4x + 9$

b) $(x + 4)^2 + (7x^2 - 4x^2 - 6x^2) - (-x)$ c) $(x + 1)^2 + (x + 5)^2 - (6x^2 + 15x^2) - (-6x)$
 Resolviendo: $(x + 4)^2 + (7x^2 - 4x^2 - 6x^2) - (-x) = x^2 + 8x + 16 + 7x^2 - 4x^2 - 6x^2 + x = 2x^2 + 9x + 16 - 6x^2 + 15x^2 - 10x^2 - (-6x) = 2x^2 - 3x^2 + 15x^2 - 10x^2 - (-6x) = 4x^2 + 9x + 16 + 6x = 4x^2 + 15x + 16$


6. Escribe el perímetro de cada figura con un polinomio.
 a) $6x^2 + 3x^2 + 6x$
 b) $x^2 + 4x + 4$

7. Escribe el área de la región coloreada mediante un polinomio.
 a) $3x^2 + 5x + 3$ b) $2x^2 + 4x + 4$
 c) $x^2 + 2x + 1$ d) $x^2 + 2x + 1$

Desarrollo de contenidos

Estas páginas desarrollan los nuevos contenidos y procedimientos matemáticos con explicaciones claras, recuadros que destacan las ideas fundamentales, ejemplos de ejercicios y problemas resueltos y varias actividades, algunas de **investigación** y **pensamiento crítico**, que te servirán para poner a prueba tu comprensión y para afianzarla.

En los márgenes, encontrarás personajes que te proporcionan información adicional, destacan ideas importantes o te recuerdan conceptos anteriormente desarrollados.

El icono  permite acceder a actividades interactivas.

Taller de matemática

Operaciones con monomios en Matemáticas de Microsoft

1. Conoce algunos aspectos básicos del programa.

- Al ingresar al programa, tienes dos opciones de trabajo: Hoja de cálculo y Gráficos. Elige Hoja de cálculo.
- En la Hoja de cálculo, tienes un espacio llamado Estado de datos en el cual se trabajan las expresiones matemáticas. Tenes, además, las opciones Borrar e Inicio.
- En la parte superior hay una especie de calculadora que, si es necesario, se la habilita en la pestaña Ver. Con el teclado de esa calculadora puedes escribir las expresiones que desees.
- En la pestaña Opciones selecciona Números reales.

2. Aprende a resolver operaciones con el programa.

- En Estado de datos escribe la siguiente suma de monomios: $3a^2 - 7a - 3a^2$
- Al pulsar Intro la expresión que has escrito se carga en la Hoja de cálculo como Estado de datos. En otro espacio, como Estado de datos, se ve la solución: $-7a$
- Una vez que la Hoja muestra la solución, clickeá también la opción Pasa de resolución. Si haces clic ahí, el programa explica cómo aplica las propiedades de los números reales para obtener el resultado.

Los pasos de la resolución no se muestran en todas las operaciones, pero cuando aparecen es importante examinar cómo el programa justifica, paso a paso, una operación con monomios.

3. Resuelve operaciones con el programa y siempre que sea posible, analiza los pasos de resolución.

- Multiplicación de monomios: $6a^2 \cdot (-3a^3)$
- División de monomios: $-3a^4 \cdot (-23a^2)$
- Potenciación de monomios: $(-5a^2)^3$
- Realización de monomios: $\sqrt{36a^4}$
- Operaciones combinadas: $(2a^2 + 4)^2$

Modelos matemáticos

HACER — DECIDIR

La razón áurea o el número de oro

El matemático griego Euclides (325-265 a. C.) estudió el problema de dividir un segmento en dos partes de tal manera que la razón entre el segmento entero y la parte mayor sea igual a la razón entre la parte mayor y la parte menor. Si llamamos a y b a esa razón, tenemos:

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$$

De donde se deduce una ecuación:

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a}{a} + \frac{b}{a} = \frac{a}{b} \Rightarrow 1 + \frac{b}{a} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a}{b} - \frac{b}{a} = 1 \Rightarrow \frac{a^2}{ab} - \frac{b^2}{ab} = 1 \Rightarrow \frac{a^2 - b^2}{ab} = 1 \Rightarrow a^2 - b^2 = ab$$

No explicamos cómo se resuelve la ecuación $x^2 - x - 1 = 0$, es suficiente saber que tiene una solución positiva y otra negativa y que la positiva es:

$$x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.6180339887... \text{ (su número irracional)}$$

Este número irracional es la razón áurea o el número de oro.

La razón áurea en la matemática y fuera de ella

La investigación matemática ha demostrado numerosas propiedades interesantes de la razón áurea. Veamos solo dos ejemplos:

- Si los lados de un rectángulo (ABCD) están en razón áurea, y si dividimos este rectángulo en un cuadrado (AECD) y un rectángulo (ABCE), entonces los lados de este nuevo rectángulo están también en razón áurea.
- A partir de un pentágono regular (ABCDE) podemos generar un pentágono del pentágono (abierto) como se ve con los vértices de otro pentágono regular (FGHKL). En un pentágono hay segmentos de cuatro longitudes (rojo, azul, verde y naranja, en el dibujo); si dividimos la longitud de un segmento entre la del segmento inmediatamente más pequeño, obtenemos el número de oro.

Fuera del ámbito matemático, se investiga y se especula sobre la importancia de la razón áurea en los patrones de la naturaleza y en la reproducción de las células que nos producen diversos orgános. Se discute, por ejemplo, sobre la verdad y la relevancia de afirmaciones tales como las siguientes:

- El tablo de la base y la altura de la pirámide de Nepea (Egipto, 2500 a. C.) están (aproximadamente) en razón áurea.
- En la medida de la girata Anaximandro, la razón entre el número de espirales que se abren en sentido horario y el número de las que se abren en sentido antihorario es una aproximación racional al número de oro.

Análisis de la razón áurea

- Observa el rectángulo áureo. Si $\frac{a}{b}$ mide 20 cm, ¿cuánto mide $\frac{b}{a}$?
- Analiza el dibujo de los pentágonos y el pentágono e indica segmentos que estén en razón áurea.
- Consulta la presencia de la razón áurea en los ejemplos de la revista de la Anatomía tabulariforme indicando su aproximación racional al número de oro.

Actividades de práctica y profundización

19. Calcula.

- $(-2x^2)^3 \cdot \sqrt{25x^2}$
- $(3a^2)^3 \cdot \sqrt{144a^2}$
- $\sqrt{8a^2} \cdot (-x^2y^2)$
- $(\frac{1}{2}xy)^3 \cdot \sqrt{36x^2} \cdot (2xy)^2$

Operaciones combinadas

20. Calcula.

- $(1-x^2)^2 \cdot (-2xy)^3$
- $(a^2b^3)^4 \cdot (-4b^2)^2$
- $(-m^2n^3)^2 \cdot (-m^2)^3 \cdot (-n^3)^4$
- $(-x^2y^2)^3 \cdot (-xy)^2 \cdot (-x^2y^2)^2$
- $(60a^2b^3)^2 \cdot (-2ab^2)^3 \cdot (-4a^3b^2)^2$
- $(2am^2)^3 \cdot (-\sqrt{36a^2})$
- $(\sqrt{1-22x^2})^2 \cdot \sqrt{4x^2} \cdot (-3xy)^2$

21. Escribe una fórmula para el área y otra para el volumen de los siguientes cuerpos.

22. Encuentra una fórmula para calcular el área de la corona circular. Después, evalúa la fórmula para los valores de los radios indicados en los dibujos.

23. Un cuadrado mágico de 3 x 3 es una disposición de 9 números distintos (usualmente enteros) en 3 filas y 3 columnas, de tal modo que la suma en cada fila, en cada columna y en las dos diagonales es la misma; tal suma se denomina constante mágica. El matemático francés Simon Stevin (1581-1642) descubrió el siguiente procedimiento general para construir un cuadrado mágico con 9 números enteros y positivos:

c-b	a+b+c	c-a
c-a+b	c	c+a-b
a+c	c-a-b	c+b

Donde 0 < a < b < c < a+b < 2a.

24. ¿Puedes hacer cambiar el eje z del sistema de coordenadas en la Luna? Si crees que debes volver en cámara lenta. Es así porque la gravedad de la Luna es más débil que la terrestre y por eso en la Luna los objetos caen con menor aceleración. La gravedad en la superficie de un planeta o satélite, que puede considerarse a partir de la gravedad terrestre, g , mediante la fórmula:

$$g' = \frac{g}{n^2} \quad g' = 9.83 \text{ m/s}^2$$

donde n es la masa del planeta o satélite expresada en unidades como múltiplo de la masa terrestre y n es su radio expresado en unidades como múltiplo del radio terrestre.

25. En la película de ciencia ficción Planetes Rojas, un astronauta que en un momento dado, parece que que se quiere ir a Marte, se encuentra con un planeta que se parece a Marte. Ese es un error de los productores de Marte. Los valores reales con sus unidades son:

26. Deduce una expresión algebraica para la superficie lateral (SE) de un tronco de cono y calcula la SE del tronco del dibujo. El número 213 indica que la anchura es de 21.3 cm, el número 65, que la altura del tronco es el 65% de la anchura, el número 25, que el eje tiene un diámetro de 2.5 pulgadas. Atención: llamamos SE a la superficie lateral del tronco cuando está más cortada en el eje.

27. El tangram es un rompecabezas de origen chino que se cree que fue inventado durante la dinastía Song (960-1279). Tiene siete piezas que resultan de la división de un cuadrado y con las que se forman situaciones de personas, animales y objetos.

Ciencia, tecnología y culturas

HACER — DECIDIR

24. ¿Puedes hacer cambiar el eje z del sistema de coordenadas en la Luna? Si crees que debes volver en cámara lenta. Es así porque la gravedad de la Luna es más débil que la terrestre y por eso en la Luna los objetos caen con menor aceleración. La gravedad en la superficie de un planeta o satélite, que puede considerarse a partir de la gravedad terrestre, g , mediante la fórmula:

$$g' = \frac{g}{n^2} \quad g' = 9.83 \text{ m/s}^2$$

donde n es la masa del planeta o satélite expresada en unidades como múltiplo de la masa terrestre y n es su radio expresado en unidades como múltiplo del radio terrestre.

25. En la película de ciencia ficción Planetes Rojas, un astronauta que en un momento dado, parece que que se quiere ir a Marte, se encuentra con un planeta que se parece a Marte. Ese es un error de los productores de Marte. Los valores reales con sus unidades son:

26. Deduce una expresión algebraica para la superficie lateral (SE) de un tronco de cono y calcula la SE del tronco del dibujo. El número 213 indica que la anchura es de 21.3 cm, el número 65, que la altura del tronco es el 65% de la anchura, el número 25, que el eje tiene un diámetro de 2.5 pulgadas. Atención: llamamos SE a la superficie lateral del tronco cuando está más cortada en el eje.

27. El tangram es un rompecabezas de origen chino que se cree que fue inventado durante la dinastía Song (960-1279). Tiene siete piezas que resultan de la división de un cuadrado y con las que se forman situaciones de personas, animales y objetos.

Secciones especiales y actividades finales

En estas secciones el estudio de los temas de la unidad se sintetiza en las cuatro dimensiones del aprendizaje: Saber, Hacer, Ser y Decidir.

El Taller de matemática te ofrece la oportunidad de explorar los conceptos matemáticos desde una perspectiva novedosa e interesante que se concreta en pautas de trabajo con material concreto, instrumentos geométricos, dispositivos de cálculo, programas de computadora de uso corriente o software matemático destinado a la educación.

La sección Modelos matemáticos desarrolla los fundamentos que permiten entender por qué determinados aspectos del mundo natural o cultural pueden entenderse mediante conceptos matemáticos y plantea actividades para utilizar o aplicar el modelo explicado.

En la sección de Actividades de práctica y profundización encontrarás ejercicios y problemas que te servirán para consolidar y profundizar tus aprendizajes. Están clasificados de acuerdo con los temas de la unidad.

Las actividades de la sección Ciencia, tecnología y culturas exigen aplicar los conceptos matemáticos en situaciones contextualizadas.

Índice general

Operaciones con polinomios e igualdades notables

Los números reales

- Los números racionales
- Los números irracionales
- Adición y sustracción con números reales
- Multiplicación y división con números reales
- Potenciación con números reales
- Radicación con números reales

Operaciones con monomios

- El lenguaje algebraico
- Expresiones algebraicas y valor numérico
- Monomios
- Adición y sustracción de monomios
- Multiplicación y división de monomios
- Potenciación y radicación de monomios
- Operaciones combinadas

Adición y sustracción de polinomios

- Polinomios
- Adición de polinomios
- Sustracción de polinomios
- Adiciones y sustracciones combinadas

Multiplicación y división de polinomios

- Multiplicación de un monomio por un polinomio
- Multiplicación de polinomios
- Multiplicación de tres o más polinomios
- División de un polinomio entre un monomio
- Operaciones combinadas
- División de polinomios
- La regla de Ruffini y el teorema del resto

Productos notables

- Cuadrado de la suma de dos términos
- Cuadrado de la diferencia de dos términos
- Cuadrado de un trinomio
- Cuadrado de un polinomio

- Producto de la suma por la diferencia de dos términos
- Producto de la forma $(x \pm a)(x \pm b)$
- Producto de la forma $(mx \pm a)(nx \pm b)$

Productos y cocientes notables

- Cubo de un binomio
- El triángulo de Pascal y la potencia n -ésima de un binomio
- Método alternativo para el desarrollo de $(a \pm b)^n$
- Cocientes notables.
- División de $a^n - b^n$ entre $a - b$
- Cocientes notables.
- Divisibilidad de $a^n \pm b^n$ entre $a \pm b$

Factorización

- Factor común monomio
- Factor común polinomio
- Diferencia de cuadrados. Binomios
- Suma y diferencia de cubos. Binomios
- Suma y diferencia de n -ésimas potencias. Binomios
- Trinomio cuadrado perfecto. Trinomios
- Trinomio cuadrático de la forma $x^2 + Mx + N$. Trinomios
- Trinomio de la forma $Px^2 + Mx + N$. Trinomios
- Factorización de cuatrinomios y polinomios mayores
- Factorización de polinomios en general

Álgebra, estadística y geometría

Ecuaciones e inecuaciones

- Ecuaciones e identidades
- Grado y solución de una ecuación
- Ecuaciones de primer grado con una incógnita
- Ecuaciones de primer grado con denominadores
- Ecuaciones con radicales
- Problemas que se resuelven mediante ecuaciones
- Intervalos
- Inecuación y solución de una inecuación
- Resolución de inecuaciones de primer grado con una incógnita

Funciones

- Coordenadas cartesianas
- Concepto de función
- Formas de expresar una función
- De la ecuación a las otras formas de definición
- La función lineal y la función afín
- La función de proporcionalidad directa
- La función de proporcionalidad inversa

Probabilidad y estadística

- Experimentos aleatorios y sucesos
- La regla de Laplace
- Diagrama de árbol
- Medidas de centralización: la media aritmética
- Medidas de centralización: la mediana y la moda
- Medidas de dispersión: el rango

Polígonos y circunferencia

- Clasificación de los polígonos
- Área de un polígono
- Suma de ángulos internos
- Suma de ángulos externos y suma de ángulos centrales
- Elementos de la circunferencia y del círculo
- Posiciones relativas: punto, recta y circunferencia
- Posiciones relativas de dos circunferencias
- Longitud de una circunferencia y de un arco
- Área de un círculo y de un sector circular
- Ángulos en la circunferencia
- Cuerdas, secantes y tangentes en la circunferencia

Volumen de cuerpos

- Volumen y capacidad
- Volumen de un prisma
- Volumen de un cilindro
- Volumen de una pirámide
- Volumen de un cono
- Volumen de una esfera
- Área y volumen de los poliedros regulares convexos
- Volumen de cuerpos compuestos

Índice OPERACIONES CON POLINOMIOS E IGUALDADES NOTABLES

1

Los números reales

6



Los números racionales	8
Los números irracionales	10
Adición y sustracción con números reales	12
Multiplicación y división con números reales	14
Potenciación con números reales	16
Radicación con números reales	18

Taller de matemática	20
Modelos matemáticos	21
Actividades de práctica y profundización	22
Ciencia, tecnología y culturas	25

2

Operaciones con monomios

26



El lenguaje algebraico	28
Expresiones algebraicas y valor numérico	30
Monomios	31
Adición y sustracción de monomios	32
Multiplicación y división de monomios	34
Potenciación y radicación de monomios	36

Operaciones combinadas	38
Taller de matemática	40
Modelos matemáticos	41
Actividades de práctica y profundización	42
Ciencia, tecnología y culturas	45

3

Adición y sustracción de polinomios

46



Polinomios	48
Adición de polinomios	50
Sustracción de polinomios	52
Adiciones y sustracciones combinadas	54

Taller de matemática	56
Modelos matemáticos	57
Actividades de práctica y profundización	58
Ciencia, tecnología y culturas	61

4

Multiplicación y división de polinomios

62



Multiplicación de un monomio por un polinomio	64
Multiplicación de polinomios	66
Multiplicación de tres o más polinomios	68
División de un polinomio entre un monomio	70
Operaciones combinadas	72
División de polinomios	74

La regla de Ruffini y el teorema del resto	76
Taller de matemática	78
Modelos matemáticos	79
Actividades de práctica y profundización	80
Ciencia, tecnología y culturas	83

5

Productos notables

84



Cuadrado de la suma de dos términos	86
Cuadrado de la diferencia de dos términos	88
Cuadrado de un trinomio	90
Cuadrado de un polinomio	91
Producto de la suma por la diferencia de dos términos	92

Producto de la forma $(x \pm a)(x \pm b)$	94
Producto de la forma $(mx \pm a)(nx \pm b)$	95
Taller de matemática	96
Modelos matemáticos	97
Actividades de práctica y profundización	98
Ciencia, tecnología y culturas	101

6

Productos y cocientes notables

102



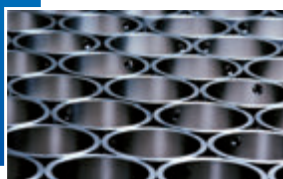
Cubo de un binomio	104
El triángulo de Pascal y la potencia n -ésima de un binomio	106
Método alternativo para el desarrollo de $(a \pm b)^n$	108
Cocientes notables.	
División de $a^n - b^n$ entre $a - b$	109

Cocientes notables.	
Divisibilidad de $a^n \pm b^n$ entre $a \pm b$	110
Taller de matemática	112
Modelos matemáticos	113
Actividades de práctica y profundización	114
Ciencia, tecnología y culturas	117

7

Factorización

118



Factor común monomio	120
Factor común polinomio	121
Diferencia de cuadrados. Binomios	122
Suma y diferencia de cubos. Binomios	123
Suma y diferencia de n -ésimas potencias. Binomios	124
Trinomio cuadrado perfecto. Trinomios	126
Trinomio cuadrático de la forma $x^2 + Mx + N$. Trinomios	127

Trinomio de la forma $Px^2 + Mx + N$. Trinomios	128
Factorización de cuatrinomios y polinomios mayores	129
Factorización de polinomios en general	130
Taller de matemática	132
Modelos matemáticos	133
Actividades de práctica y profundización	134
Ciencia, tecnología y culturas	137